Bihar Mathematical Society

Talent Nature Programme (TNP) 2021 (Class-09)

Full Marks:- 100 **Time: $2\frac{1}{2}$ Hours**

Answer all questions. All questions carry equal marks.

1. Determine the integer n for which $n^2 + 19n + 92$ is a square.
पूर्णांक n का मान ज्ञात करें जिसके लिए $n^2 + 19n + 92$ एक वर्ग है

2. Find all real numbers x and y such that $x^2 + 2y^2 + \frac{1}{2} \leq x\,(2y + 1)$.
ऐसे सभी x तथा y का मान ज्ञात करें जिसके लिए $x^2 + 2y^2 + \frac{1}{2} \leq x\,(2y + 1)$.

3. A man purchases cows less than 30 in number. The number of cows becomes twice after every one year. He sells the same number of cows after one, two, three, and four years, and no cow remains after four years. Find the number of cows he had purchased.
एक आदमी कुछ गायों को खरीदता है जिनकी संख्या 30 से कम है। प्रति एक वर्ष के बाद गायों की संख्या दुगुनी हो जाती है। वह एक, दो , तीन तथा चार वर्षों के बाद समान संख्या में गायों को बेचता है तथा चार वर्षों के बाद कोई भी गाय नहीं बचती है। उसके द्वारा खरीदी गयी गायों की संख्या ज्ञात करें।

4. Find three consecutive positive integers such that the sum of their square is 2215
तीन क्रमागत धनात्मक पूर्णांक इस प्रकार ज्ञात कीजिए कि उनके वर्ग का योगफल 2215 हो ।

5. If $x^3 + \frac{1}{x^3} = 2$, then find the values of $x^{2019} - \frac{1}{x^{2019}}$ and $x^{2020} + \frac{1}{x^{2020}}$.
यदि $x^3 + \frac{1}{x^3} = 2$ तो $x^{2019} - \frac{1}{x^{2019}}$ तथा $x^{2020} + \frac{1}{x^{2020}}$ का मान निकालें।

6. In how many different ways faces of three cubes can be coloured in 18 different colours?
कितने विभिन्न प्रकार से तीन घनों के फलकों को 18 विभिन्न रंगों से रंगा जा सकता है।

7. The vertices of a triangle ABC are (2, 4), (1, 5), and (6, 1). Find the centre of the circle which touches the side AB internally and the sides BC and AC externally.
त्रिभुज ABC के शीर्ष विन्दु (2, 4), (1, 5), तथा (6, 1) हैं। उस वृत का केन्द्र ज्ञात करें जो भुजा AB को अन्तर्गत तथा भुजाओं BC और AC को वहिर्गत रूप से स्पर्श करती है।

8. Solve the equation $(x + 1)^3 + (x - 1)^3 - 2x^3 = 144$
समीकरण $(x + 1)^3 + (x - 1)^3 - 2x^3 = 144$ को हल करे।

9. Find the number a and b if the polynomial $x^5 + 2x^4 + ax^3 + bx^2 - 67x + 66$ is divisible by $x^2 - 5x + 6$.
यदि व्यंजक $x^5 + 2x^4 + ax^3 + bx^2 - 67x + 66$, $x^2 - 5x + 6$ से विभाज्य हो तो a और b का मान निकालें।

10. Two sets A and B have m and n elements respectively. $m < n$. How many different one-one and onto functions can be formed from A to B?
दो समुच्चय A तथा B में क्रमशः m तथा n अवयव हैं। $m < n$. समुच्चय A से B में विभिन्न one-one तथा onto फलनों की संख्या ज्ञात करें।